

Бортовая качка яхты длиной 6,3м на регулярном волнении

Для расчета используем компьютерную модель яхты Александра из Киева.

К уже известным характеристикам:

$L_{\max} = 6,3\text{m}$; $B = 2,456\text{m}$; водоизмещение $D = 1,219\text{t}$;

коэффициент общей полноты $C_b = 0,4$ и коэффициент полноты WL в полном грузу $C_{wp} = 0,686$, добавим еще и коэффициент вертикальной полноты яхты: $\chi = C_b/C_{wp} = 0,4/0,686 = 0,583$

Будем рассматривать бортовую качку яхты на стоянке в защищенную акваторию порта при регулярном волнении, возникшее от внезапного шквального ветра.

Яхта установлена лагом к волне.

Рассмотрим случай с максимальной амплитуды качки при резонансе, т.е. период волнения равен периоду собственных колебаний яхты: $\tau = T_\theta = 2,7\text{s}$

Круговая частота волн $\sigma = 2\pi / \tau = 2\pi / 2,7 = 2,327 \text{ rad/s}$

От уравнения $\tau \sim 0,8 \lambda^{1/2}$ получим: $\lambda \sim 1,56 \tau^2 = 1,56 * 2,7^2 = 11,37\text{m}$ – длина волны при резонансе

Высота волны определим по формуле Циммермана:

$2 r_b = 0,17 \lambda^{3/4} = 0,17 * 11,37^{3/4} = 1,05\text{m}$; $r_b = 0,526\text{m}$

Скорость бега волн $c = \lambda / \tau = 11,37 / 2,7 = 4,21 \text{ m/s}$;

Крутизна волны $2 r_b / \lambda = 1,05/11,37 = 0,0923 = 1/ 10,83 \sim 1/11$

У крупных водохранилища и озера имеем $h_b / \lambda = 1/8 \div 1/12$

Наибольший угол волнового склона будет: $\alpha_0 = 2\pi r_b / \lambda = 2\pi * 0,526/11,37 = 0,291\text{rad} = \mathbf{16,65^\circ}$

Расчет поправочных /редукционных/ коэффициентов влияния ширины и осадки яхты на возмущающих силы и момента при качке:

Для бортовой качки $\alpha_\theta = \alpha_{\theta B} * \alpha_{\theta T}$

$\alpha_{\theta B} = 1 - C_{wp}^{1/2} (B/\lambda)^2$ – коэффициент влияния ширины

$\alpha_{\theta B} = 1 - 0,686^{1/2} * (2,456/ 11,37)^2 = \mathbf{0,96}$

Формулу можно использовать при $\lambda/B > 4 \div 5$; В нашем случае $\lambda/B = 11,37/2,456 = 4,63$

$\alpha_{\theta T}$ - коэффициент влияния осадки определим по формуле Благовещенского от „Качка судов”- Басин, 1969г, ф-ла IV-68, стр.122:

$\alpha_{\theta T} = (\alpha_r * r + \alpha_{zp} * Z_p - \alpha_{zw} * Z_w) / (r - a)$

$r = 1,002\text{m}$ – поперечный метацентрический радиус

$r - a = h_0 = 0,552\text{m}$; $a = 0,45\text{m}$

При $Z_g = 0,6\text{m}$ от ОЛ и $Z_c = 0,149\text{m} \sim 0,15\text{m}$ от ОЛ имеем:

$Z_p = - 0,3\text{m}$ – отстояние ЦТ от WL в покое /положительное направление –вниз/

$Z_w \sim 0,15\text{m}$ – отстояние ЦВ от WL

По графикам в зависимости от χ определяем коэффициенты:

$$\alpha_r = 0,934; \alpha_{zp} = 0,946; \alpha_{zw} = 0,923$$

$$\alpha_{\theta T} = [0,934 \cdot 1,002 + 0,946 \cdot (-0,3) - 0,923 \cdot 0,15] / 0,552 = \mathbf{0,93}$$

$$\alpha_{\theta} = \alpha_{\theta B} \cdot \alpha_{\theta T} = 0,96 \cdot 0,93 = \mathbf{0,893}$$

Определим эффективный угол волнового склона α_m :

$$\alpha_m = \alpha_{\theta} \cdot \alpha_0 = 0,893 \cdot 0,291\text{rad} \sim 0,26\text{rad} = \mathbf{14,9^\circ}$$

Определим безразмерный коэффициент демпфирования при бортовой качке.

Силы сопротивления возникают от набегающие на яхту на стоянке волны регулярного волнения.

Эти силы затухают с определенном коэффициентом демпфирования 2μ .

Обычно при бортовой качке $\mu = 0,1$, т.е. $2\mu = \mathbf{0,2}$

Для коэффициента присоединенной массы воды получим:

$$1 - q = J_{xx} / J_{xx1} = 0,0895 / 0,1208 = 0,74$$

$$J_{xx} = 0,0895 \text{ t} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$$

$$J_{xx1} = 0,1208 \text{ t} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$$

Амплитуда относительного наклона при бортовой качке на волнении при резонансе $/X=1/$:

$$\vartheta_m = (1-q) \cdot \alpha_m / 2\mu = 0,74 \cdot 0,26 / 0,2 = 0,961\text{rad} = 55,1^\circ \sim \mathbf{55^\circ}$$

Набегающие волны регулярного волнения вызывают вынужденные колебания яхты с углом относительного наклона ϑ и сдвиг фазы δ этих вынужденных колебаний по отношению к возмущающему моменту / δ – фазовой угол на который вынужденные колебания яхты отстают от колебания возмущающего момента волны, т.е. от угла волнового склона/.

Для фазового угла получается: $\text{tg } \delta = 2\mu \cdot x / (1 - x^2)$

где $x = \sigma / n_{\theta} = T_{\theta} / \tau$

σ – круговая частота волнения (rad/s)

n_{θ} – частота собственных колебаний при бортовой качке (rad/s)

При резонансе $x = 1$, тогда $\text{tg } \delta = 0,2 \cdot 1 / (1 - 1) = 0,2/0 = \infty$ или $\delta = \pi / 2 \text{ rad} = \mathbf{90^\circ}$

Уравнение бортовой качки в относительных координатах получим как функцию мгновенного угла $\vartheta(t)$ относительного наклона яхты по отношению к нормали к волне:

$$\vartheta = \vartheta_m \cdot \sin(\sigma t - \delta) = 55^\circ \cdot \sin(\sigma t - \pi/2) = -55^\circ \cdot \cos \sigma t$$

Определим $\theta(t)$ - мгновенный угол абсолютного наклона яхты при бортовой качке, равный углу отклонения ДП от вертикального положения при резонансе:

$$\theta = \vartheta + \alpha$$

$$\alpha = \alpha_m \sin \sigma t = 14,9^\circ \sin \sigma t$$

Получим следующее уравнение бортовой качки в абсолютных координатах в условиях резонанса:

$$\theta = 14,9^\circ \sin \sigma t - 55^\circ \cos \sigma t$$

По ним можно сделать диаграммы АЧХ /амплитудно-частотных характеристик/ и ФЧХ /фазово-частотных характеристик/ яхты.

инж. Размик Бахарян